

TD n° 4
Algèbre de Boole, Tableaux de Karnaugh

Exercice 1 - Démontrez à l'aide de tables de vérité, les équivalences suivantes :

- (a) $\overline{XYZ} = \bar{X} + \bar{Y} + \bar{Z}$
- (b) $X + YZ = (X + Y)(X + Z)$
- (c) $X + \bar{X}Y = X + Y$

Exercice 2 - Démontrez algébriquement les égalités suivantes :

- (a) $\bar{Y}Z + Y\bar{Z} + YZ + \bar{Y}\bar{Z} = 1$
- (b) $AB + A\bar{B} + \bar{A}\bar{B} = A + \bar{B}$
- (c) $\bar{A} + AB + A\bar{C} + \bar{A}\bar{B}\bar{C} = \bar{A} + B + \bar{C}$
- (d) $\bar{A}\bar{B} + \bar{A}\bar{C}\bar{D} + \bar{A}\bar{B}D + \bar{A}\bar{B}\bar{C}\bar{D} = \bar{A}\bar{C}\bar{D} + \bar{B}$
- (e) $XY + \bar{X}Z + YZ = XY + \bar{X}Z$
- (f) $X + \bar{X}Y = X + Y$

Exercice 3 - Simplifiez les expressions suivantes :

- (a) $ABC + AB\bar{C} + \bar{A}B$
- (b) $(\bar{A} + \bar{B})(\bar{A} + \bar{B})$
- (c) $(A + \bar{B} + AB)(\bar{A}B + \bar{A}C + BC)$
- (d) $X + Y(Z + \bar{X} + \bar{Z})$
- (e) $\bar{W}X(\bar{Z} + \bar{Y}Z) + X(W + \bar{W}YZ)$

Exercice 4 - Soient deux fonctions booléennes E et F de trois variables dont les tables de vérité sont données. Exprimez E et F en fonction de X, Y, Z et simplifiez ces expressions.

X	Y	Z	$E(X, Y, Z)$	$F(X, Y, Z)$
0	0	0	1	0
0	0	1	1	0
0	1	0	1	1
0	1	1	0	0
1	0	0	1	0
1	0	1	0	0
1	1	0	0	1
1	1	1	0	1

Exercice 5 - Simplifiez les fonctions suivantes à l'aide d'un tableau de Karnaugh

- (a) $F(X, Y, Z) = (1, 3, 6, 7)$
- (b) $G(X, Y, Z) = (0, 3, 4, 5, 7)$
- (c) $H(A, B, C, D) = (1, 5, 9, 12, 13, 15)$

Exercice 6 - Implantez les circuits suivants avec des portes NAND. Peut-on les simplifier et pourquoi ?

- (a) $W\bar{X} + WXZ + \bar{W}\bar{Y}\bar{Z} + \bar{W}X\bar{Y} + WX\bar{Z}$
- (b) $XZ + XY\bar{Z} + W\bar{X}\bar{Y}$