



المادة:	الرياضيات	المعامل:	7
الشعب(ة):	شعبة العلوم التجريبية بمسالكها وشعبة العلوم والتكنولوجيات بمسلكها	مدة الإنجاز:	3س

(يسمح باستعمال الآلة الحاسبة غير القابلة للبرمجة)

التمرين الأول (3 ن)

نعتبر ، في الفضاء المنسوب إلى معلم متعامد ممنظم مباشر $(O, \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$ ، النقطتين $A(0, -1, 1)$ و $B(1, -1, 0)$ و الفلكة (S) التي معادلتها $x^2 + y^2 + z^2 - 2x - 4z + 2 = 0$.

- 1,25 (1) بين أن مركز الفلكة (S) هي النقطة $\Omega(1, 0, 2)$ وأن شعاعها هو $\sqrt{3}$ و تحقق من أن A تنتمي إلى (S) .
- 1,25 (2) حدد مثلوث إحداثيات المتجهة $\vec{OA} \wedge \vec{OB}$ وبين أن $x + y + z = 0$ هي معادلة ديكارتية للمستوى (OAB) .
- 0,5 (3) بين أن المستوى (OAB) مماس للفلكة (S) في النقطة A .

التمرين الثاني (3 ن)

1 (1) حل في مجموعة الأعداد العقدية \mathbb{C} المعادلة : $z^2 - 6z + 34 = 0$.

(2) نعتبر ، في المستوى المنسوب إلى معلم متعامد ممنظم مباشر $(O, \vec{e}_1, \vec{e}_2)$ ، النقط A و B و C التي الحاقها على التوالي هي : $a = 3 + 5i$ و $b = 3 - 5i$ و $c = 7 + 3i$. ليكن z لحق نقطة M من المستوى و z' لحق النقطة M' صورة M بالإزاحة T ذات المتجهة \vec{u} التي لحقها $4 - 2i$.

0,75 أ- بين أن : $z' = z + 4 - 2i$ ثم تحقق من أن النقطة C هي صورة النقطة A بالإزاحة T .

0,5 ب- بين أن : $\frac{b-c}{a-c} = 2i$.

0,75 ج- استنتج أن المثلث ABC قائم الزاوية وأن $BC = 2AC$.

التمرين الثالث (3 ن)

يحتوي صندوق على ست كرات حمراء وثلاث كرات خضراء (لا يمكن التمييز بين الكرات باللمس) .
1 (1) نسحب عشوائيا وفي آن واحد ثلاث كرات من الصندوق .
أ- احسب احتمال الحصول على كرتين حمراوين وكرة خضراء .

1 ب- بين أن احتمال الحصول على كرة خضراء واحدة على الأقل هو $\frac{16}{21}$.

1 (2) نعتبر في هذا السؤال التجربة التالية : نسحب عشوائيا بالتتابع وبدون إحلال ثلاث كرات من الصندوق .
احسب احتمال الحصول على ثلاث كرات حمراء .

مسألة (11 ن)

I- لتكن g الدالة العددية المعرفة على المجال $]0, +\infty[$ بما يلي : $g(x) = x - 2 \ln x$.

1- ا- احسب $g'(x)$ لكل x من المجال $]0, +\infty[$. 0,5

ب- بين أن g تناقصية على $]0, 2[$ وتزايدية على $]2, +\infty[$. 0,5

2- استنتج أن $g(x) > 0$ لكل x من المجال $]0, +\infty[$ (لاحظ أن $g(2) > 0$). 0,5

II- نعتبر الدالة العددية f المعرفة على المجال $]0, +\infty[$ بما يلي : $f(x) = x - (\ln x)^2$.

ليكن (C) المنحنى الممثل للدالة f في معلم متعامد ممنظم (O, \vec{i}, \vec{j}) .

1- احسب $\lim_{x \rightarrow 0^+} f(x)$ وأول النتيجة هندسيا. 0,75

2- أ- بين أن : $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{(\ln x)^2}{x} = 0$ (يمكنك وضع $t = \sqrt{x}$. نذكر أن : $\lim_{t \rightarrow +\infty} \frac{\ln t}{t} = 0$). 0,5

ب- استنتج أن $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = +\infty$ وأن $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{f(x)}{x} = 1$ (لاحظ أن : $f(x) = x \left(1 - \frac{(\ln x)^2}{x}\right)$). 0,75

ج- احسب $\lim_{x \rightarrow +\infty} (f(x) - x)$ ثم استنتج أن المنحنى (C) يقبل ، بجوار $+\infty$ ، فرعا شلجيميا اتجاهه 0,5

المستقيم (Δ) الذي معادلته $y = x$.

د- بين أن المنحنى (C) يوجد تحت المستقيم (Δ) . 0,25

3- أ- بين أن : $f'(x) = \frac{g(x)}{x}$ لكل x من $]0, +\infty[$ و بين أن f تزايدية قطعا على $]0, +\infty[$. 0,75

ب- ضع جدول تغيرات الدالة f . 0,25

ج- بين أن $y = x$ هي معادلة ديكارتية لمماس المنحنى (C) في النقطة التي أفصولها 1. 0,5

4- بين أن المعادلة $f(x) = 0$ تقبل حلا وحيدا α في $]0, +\infty[$ وأن $\frac{1}{e} < \alpha < \frac{1}{2}$ (نقبل أن $(\ln 2)^2 < \frac{1}{2}$). 0,5

5- أنشئ المستقيم (Δ) والمنحنى (C) في المعلم (O, \vec{i}, \vec{j}) (نقبل أن $I(e, e-1)$ نقطة انعطاف 1

للمنحنى (C) و نأخذ $e \approx 2,7$).

6- أ- بين أن $H : x \mapsto x \ln x - x$ دالة أصلية للدالة $\ln : x \mapsto \ln x$ على المجال $]0, +\infty[$ 0,5

ثم بين أن : $\int_1^e \ln x \, dx = 1$.

ب- باستعمال مكاملة بالأجزاء ، بين أن : $\int_1^e (\ln x)^2 \, dx = e - 2$. 0,75

ج- احسب مساحة حيز المستوى المحصور بين المنحنى (C) والمستقيم (Δ) والمستقيمين اللذين معادلتهما 0,5

$x = e$ و $x = 1$

III- نعتبر المتتالية العددية (u_n) المعرفة بما يلي : $u_0 = 2$ و $u_{n+1} = f(u_n)$ لكل n من \mathbb{N} .

1- بين أن $2 \leq u_n \leq 3$ لكل n من \mathbb{N} (يمكنك استعمال نتيجة السؤال II-3-أ). 0,75

2- بين أن المتتالية (u_n) تناقصية. 0,5

3- استنتج أن (u_n) متقاربة ثم حدد نهايتها. 0,75



المعامل:	7
مدة الإنجاز:	3س

المادة:	الرياضيات
الشعب(ة):	شعبة العلوم التجريبية بمسالكها وشعبة العلوم والتكنولوجيات بمسلكها

...

التمرين الأول (3 نقط)

- 1,25 (1) 0,5 للمركز و 0,5 للشعاع و 0,25 للتحقق من أن A تنتمي إلى (S) .
- 1,25 (2) 0,75 لتحديد مثلث إحداثيات المتجهة $\vec{OA} \wedge \vec{OB}$ و 0,5 لمعادلة المستوى (OAB) .
- 0,5 (3) 0,5 .

التمرين الثاني (3 نقط)

- 1 (1) 1 .
- 2 (2) 0,5 لكتابة z بدلالة z و 0,25 للتحقق من أن C هي صورة A بالإزاحة T .
- ب- 0,5 .
- ج- 0,5 ل ABC قائم الزاوية في C و 0,25 ل BC=2AC .

التمرين الثالث (3 نقط)

- 2 (1) 0,75 للتعبير الصحيح عن الاحتمال و 0,25 للحساب .
- ب- 0,75 للتعبير الصحيح عن الاحتمال و 0,25 للتوصل إلى النتيجة $\frac{16}{21}$.
- 1 (2) 0,75 للتعبير الصحيح عن الاحتمال و 0,25 للحساب .

مسألة (11 نقطة)

- 1 (I-1) 0,5 - أ . 0,5 - ب .
- 0,5 (2) 0,5 .
- 0,75 (II-1) 0,5 لحساب النهاية و 0,25 للتأويل الهندسي .
- 2 (2) 0,5 - أ . 0,5 لحساب النهاية الأولى و 0,25 للنهاية الثانية . ج- 2x0,25 . د- 0,25 .
- 1,5 (3) 0,5 لحساب $f'(x)$ و 0,25 ل f تزايدية .
- ب- 0,25 . ج- 0,5 .
- 0,5 (4) 0,25 لوجود ووحداية الحل و 0,25 لتأويله .
- 1 (5) 0,25 لإنشاء (Δ) و 0,75 لإنشاء (C) .
- 1,75 (6) 2x0,25 - أ . 0,75 - ب . ج- 0,5 .
- 0,75 (III-1) 0,75 .
- 0,5 (2) 0,5 .
- 0,75 (3) 0,25 لتقارب المتتالية و 0,5 لتحديد النهاية .