بسم الله الرحمان الرحيم

مؤسسة الخوارزمي ـ أكادير

2015/2016

قواعد دراسة الدالـــة

2 باك.ع.تجريبية

إعداد وإنجاز : أضرضور مصطفى

الفروع اللانهائيــة

$\lim_{x\to a} f(x)=\pm\infty$ → (ς_f) يقبل مقارب عمودي معادلته : $x=a$

$\lim_{x\to\pm\infty} f(x)=b$ → (ς_f) يقبل مقارب أفقي معادلته : $y=b$

$\lim_{x\to\infty} f(x)=\infty$

- $\lim_{x\to\infty} \frac{f(x)}{x}=\infty$ → (ς_f) يقبل فرع شلجمي إتجاهه محور الأراتيب
- $\lim_{x\to\infty} \frac{f(x)}{x}=0$ → (ς_f) يقبل فرع شلجمي إتجاهه محور الأفاصيل
- $\lim_{x\to\infty} \frac{f(x)}{x}=a$ ، $a\neq 0$
  - $\lim_{x\to\infty} f(x)-ax=\infty$ → (ς_f) يقبل فرع شلجمي إتجاهه المستقيم ذو المعادلة: $y=ax$
  - $\lim_{x\to\infty} f(x)-ax=b$ → (ς_f) يقبل مقارب مائل ذو المعادلة : $y=ax+b$

مركز تماثل المنحنى

تكون النقطة $I(a,b)$ مركز تماثل (ς_f)

- $\forall x\in D_f \;:\; (2a-x)\in D_f$
- $f(2a-x)+f(x)-2b=0$

محور تماثل المنحنى

يكون المستقيم $x=a$ محور تماثل (ς_f)

- $\forall x\in D_f \;:\; (2a-x)\in D_f$
- $\forall x\in D_f \;:\; f(2a-x)-f(x)=0$

دالة زوجية

تكون الدالة f زوجية إذا تحقق الشرطية :

- $\forall x\in D_f \;;\; -x\in D_f$
- $f(x)=f(-x)$

دالة فردية

تكون الدالة f فردية إذا تحقق الشرطية :

- $\forall x\in D_f \;;\; -x\in D_f$
- $f(-x)=-f(x)$

بسم الله الرحمان الرحيم

المتطابقات الهامة

- $(a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$
- $(a-b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$
- $a^2 - b^2 = (a+b)(a-b)$
- $(a+b)^3 = a^3 + 3a^2b + 3ab^2 + b^3$
- $(a-b)^3 = a^3 - 3a^2b + 3ab^2 - b^3$
- $a^3 + b^3 = (a+b)(a^2 - ab + b^2)$
- $a^3 - b^3 = (a-b)(a^2 + ab + b^2)$

يمكنك إستعمال مثلث باسكال لتحديد نشر الدرجة 4 و5 ...

نقط تقاطع المنحنى مع المحورين

- لتحديد نقط تقاطع (ς_f) مع محور الأفاصيل نحل المعادلـة : $f(x)=0$
- لتحديد نقط تقاطع (ς_f) مع محور الأرايب نحسـب : $f(0)$

الأشكال الغير المحددة في النهايات

- $(+\infty)+(-\infty)$ أو $(-\infty)+(+\infty)$
- $\frac{0}{0}$ • $\frac{\pm\infty}{\pm\infty}$ • $0\times(\pm\infty)$

المنحنى يقبل مقارب مائل

- لنبيــن أن المستقيم $y=ax+b$ مقارب مائل للمنحنى (ς_f) بجوار $\pm\infty$

يجب أن نحسب النهاية بجوار $\pm\infty$ و نجدها منعدمة : $\lim\limits_{x\to\pm\infty} f(x)-y=0$

الإشتقاق

- $\left(f\times g\right)' = f'\times g + f\times g'$
- $\left(\frac{f}{g}\right)' = \frac{f'\times g - f\times g'}{g^2}$
- $\left(\frac{1}{f}\right)' = -\frac{f'}{f^2}$
- $\left(\sqrt{f}\right)' = \frac{f'}{2\sqrt{f}}$
- $\left(\sqrt[n]{f}\right)' = \frac{f'}{n.\sqrt[n]{f^{n-1}}}$
- $\left(f^n\right)' = n.f'.f^{n-1}$

- $a' = 0$
- $(ax)' = a$
- $\left(x^n\right)' = n.x^{n-1}$
- $\left(\sqrt{x}\right)' = \frac{1}{2\sqrt{x}}$
- $\left(\sqrt[3]{x}\right)' = \frac{1}{3\sqrt[3]{x^2}}$
- $\left(\frac{1}{x}\right)' = -\frac{1}{x^2}$

الدوال المثلثية :

- $\left(\tan(x)\right)' = \frac{1}{\cos^2(x)} = 1+\tan^2(x)$
- $\left(\sin(x)\right)' = \cos(x)$
- $\left(\cos(x)\right)' = -\sin(x)$

مشتقة الدالة العكسية :

- $\left(f^{-1}\right)'(x) = \frac{1}{f'\left(f^{-1}(x)\right)}$

مشتقة مركب دالتين :

- $\left(f\circ g\right)' = g'(x)\times f'(g(x))$

معادلة المماس

- تكتب معادلة المماس (Γ) عند النقطة ذات الأفصول x_0 على شكل : $(\Gamma):\ y=f'(x_0)(x-x_0)+f(x_0)$

الشكل القانوني

- الشكل القانوني للحدودية ax^2+bx+c هو : $a\left(x+\frac{b}{2a}\right)^2-\frac{\Delta}{4a}$

$\lim\limits_{x\to x_0}\frac{f(x)-f(x_0)}{x-x_0}=\ell\in\mathbb{R}$	• يعني أن f قابلة للإشتقاق في x_0 • ومنه (ς_f) يقبل مماس معادلته $y=f'(x_0)(x-x_0)+f(x_0)$
$\lim\limits_{x\to(x_0)^\pm}\frac{f(x)-f(x_0)}{x-x_0}=\pm\infty$	• يعني أن f غير قابلة للإشتقاق على (يسار أو يمين) x_0 • ومنه (ς_f) يقبل نصف مماس موجه نحو (الأعلى أو الأسفل) عند $A(x_0,f(x_0))$

لتكن f قابلة للإشتقاق مرتين على I

- يكون (ς_f) محدب $\cup$ إذا كانت $\forall x\in I:\ f''(x)\geq 0$
- يكون (ς_f) مقعر $\cap$ إذاكانت $\forall x\in I:\ f''(x)\leq 0$
- إذا كانت $f''(x)=0$ وتغير الإشارة في x_0 فإن (ς_f) يقبل نقطة إنعطاف $A(x_0,f(x_0))$

لتكن f قابلة للإشتقاق على المجال I

- تكون f تزايدية على I إذاكانت $\forall x\in I:\ f'(x)\geq 0$
- تكون f تناقصية على I إذاكانت $\forall x\in I:\ f'(x)\leq 0$
- تكون f ثابتة على I إذاكانت $\forall x\in I:\ f'(x)=0$