ثانوية المنصور الذهبي التأهيلية نيابة سيدي البرنوصي – زناتة أكاديمية: الدار البيضاء الكبرى	**سلسلة تمارين اتصال دالة عددية**	الأستاذ : تباع خالد المستوى : السنة الثانية بكالوريا علوم تجريبية

التمرين1 : ادرس اتصال الدالة f في x_0 في كل حالة:

1) $x_0 = 0$ $\begin{cases} f(x) = \frac{\sqrt{x^2+1}-1}{x} ; x \neq 0 \\ f(0) = 0 \end{cases}$

2) $x_0 = 0$ $\begin{cases} f(x) = \frac{|x|}{x}\sqrt{|x|} ; x \neq 0 \\ f(0) = 2 \end{cases}$

3) $x_0 = 1$ $\begin{cases} f(x) = \frac{\sin(x^2-1)}{x-1} ; x \in]1;+\infty[\\ f(x) = \frac{\cos\left(\frac{\pi}{2}x\right)}{x-1} ; x \in]-\infty;1[\\ f(1) = 2 \end{cases}$

التمرين2 : ادرس اتصال كل دالة على المجال I :

1) $I = [1;+\infty[$; $f(x) = \frac{x^2-x+3}{5x-4}$

2) $I =]0;+\infty[$; $f(x) = \frac{1+x^2}{1-x^2}$

3) $I = [1;3]$; $\begin{cases} f(x) = x+1; x \in [1;2] \\ f(x) = -2x+7; x \in]2;3] \end{cases}$

4) $I = [0;3]$; $\begin{cases} f(x) = x^2 - x ; x \in [0;1[\\ f(x) = \frac{2x-1}{x} ; x \in [1;3] \end{cases}$

التمرين3 :

حدد صورة المجال I بالدالة f في الحالات التالية:

1) $I = [-3;-1]$; $f(x) = x^2 - 1$

2) $I = [1;7]$; $f(x) = x^2 - x + 1$

3) $I =]0;+\infty[$; $f(x) = \frac{x-3}{2x+7}$

4) $I = \left]-\infty;\frac{1}{3}\right[$; $f(x) = \sqrt{1-3x}$

التمرين4 :

بين أن المعادلات تقبل حلا وحيدا في المجال I :

1) $x^4 + 2x - 3 = 0$; $I = \left[\frac{1}{2};\sqrt{2}\right]$

2) $x^3 = -2$; $I = [-2;-1]$

3) $\sin x + \frac{1}{3} = 0$; $I = \left[\frac{-\pi}{6};0\right]$

التمرين5 :

نعتبر الدالة f المعرفة ب : $f(x) = \frac{2+\sqrt{4-x^2}}{x}$

1) حدد D_f ثم النهايات عند محداتها

2) نعتبر g قصور الدالة f على $I =]0;2]$

3) بين أن g تقابل من I نحو مجال J يجب تحديده

4) حدد $g^{-1}(x)$ لكل $x \in J$.

التمرين6 :

نعتبر الدالة f المعرفة ب: $f(x) = x + \sqrt{x+3}$

1) حدد D_f ثم النهايات عند محداتها

2) بين أن f متصلة و رتيبة قطعا على D_f

3) استنتج أن الدالة f تقبل دالة عكسية معرفة على مجال J يجب تحديده

4) حدد $f^{-1}(x)$ لكل $x \in J$

5) بين أن المعادلة $f^{-1}(x) = f(x)$ تقبل حلا وحيدا في المجال $]-3;+\infty[$

التمرين7 : بسط الأعداد التالية :

$$A = \frac{\sqrt[3]{1024}\cdot\sqrt[5]{3200000}}{\sqrt[4]{64}\cdot\sqrt[3]{\sqrt{256}\sqrt{18}}}$$

$$B = \frac{\sqrt[3]{4}\cdot\sqrt{8}\left(\sqrt[5]{\sqrt{2}}\right)^2}{\sqrt{\sqrt[3]{4}}}$$

التمرين8 : احسب النهايات التالية :

1) $\lim_{x\to 0} \frac{x}{\sqrt[3]{x+1}-1}$

2) $\lim_{x\to 1} \frac{\sqrt{x}-1}{\sqrt[3]{x}-1}$

3) $\lim_{x\to -1^+} \frac{\sqrt[3]{(x+1)^2}+x^2+x}{x+1}$

4) $\lim_{x\to +\infty} \sqrt[3]{x^3+x^2+1} - x$

5) $\lim_{x\to +\infty} \sqrt[3]{x^2+1} - \sqrt{x^3+1}$

التمرين9 : حل في $\mathbb{R}$ مايلي :

1) $x^3 + 125 = 0$

2) $x^6 - 3x^2 - 4 = 0$

3) $\sqrt[3]{1+x} + \sqrt[3]{1-x} = \sqrt{x}$

4) $(x+2) > \sqrt[3]{x^3+8}$

5) $\frac{(x^3-1)(x^3+8)}{(x^3-3\sqrt{3})} > 0$

التمرين10 :

لتكن f الدالة المعرفة بمايلي :

$$\begin{cases} f(x)=\frac{1-\sqrt[3]{x}}{x-1} \; ; x\in[0;1[\cup]1;+\infty[\\ f(1)=-\frac{1}{3} \end{cases}$$

بين أن f متصلة على $\mathbb{R}^+$.

التمرين11 :

نعتبر الدالة f المعرفة على $]1;+\infty[$ بمايلي:

$$f(x)=\frac{2x^3}{x^3-1}$$

1) أ- تحقق أن:

$$\forall x\in]1;+\infty[\;\; ; \;\; f(x)=2+\frac{2}{x^3-1}$$

ب- بين أن f تناقصية قطعا على $]1;+\infty[$

ج -بين أن f تقبل دالة عكسية معرفة على مجال J يجب تحديده نحو $]1;+\infty[$

2) أ- اعط جدول تغيرات الدالة f^{-1}

ب- حدد $f^{-1}(x)$ لكل x من J

التمرين12 :

لتكن f الدالة المعرفة بمايلي : $f(x)=\frac{2+\sqrt{4-x^2}}{x}$

1) حدد D_f

2) نعتبر g قصور الدالة f على $I=]0;2]$

أ - بين أن g تقبل دالة عكسية معرفة على مجال J يجب تحديده نحو I

ب -حدد $g^{-1}(x)$ لكل $x\in J$.

التمرين13 :

لتكن f الدالة المعرفة بمايلي: $f(x)=\sqrt[3]{x^2+x}$

1) أ- حدد D_f

ب- احسب النهايات التالية :

$$\lim_{x\to+\infty} f(x)\;;\lim_{x\to+\infty}(f(x)-x)$$

$$\lim_{x\to-\infty} f(x)\;;\lim_{x\to-\infty}\frac{f(x)}{x}$$

ج- بين أن المعادلة $f(x)=x$ تقبل حلا وحيدا في $[1;2]$

2) نعتبر g قصور الدالة f على $I=]-\infty;-1]$

أ - بين أن لكل a و b من I :

$$a<b\Rightarrow g(a)>g(b)$$

ب -بين أن g تقبل دالة عكسية معرفة على مجال J يجب تحديده نحو I

ج -حدد $g^{-1}(x)$ لكل $x\in J$.