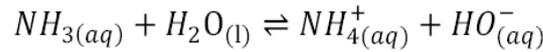


الكيمياء:

الجزء الأول: تحديد pH محلول أمونياك و ثابتة التوازن باعتماد تقنية قياس المواصلة.

يستعمل محلول الأمونياك التجاري في تنظيف الأفرشة و إزالة البقع الحمضية. يتفاعل الأمونياك مع الماء بشكل محدود وفق المعادلة الكيميائية التالية:

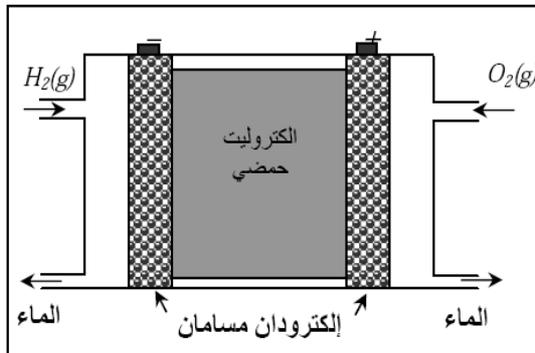


المعطيات:

- الموصلية المولية الأيونية:
 $\lambda(NH_4^+) = 7,34.10^{-3} S.m^2.mol^{-1}$ ، $\lambda(HO^-) = 19,9.10^{-3} S.m^2.mol^{-1}$
- الجداء الأيوني للماء: $K_e = 1,0.10^{-14}$
- درجة حرارة المحاليل $\theta = 25^\circ C$
- نهمل تركيز أيون الأوكسونيوم أمام باقي الأيونات المتواجدة بالمحلول.

- 1-1- حدد المزدوجتين قاعدة/حمض المتفاعلتين في التفاعل اعلاه. (0,25)
- 2-1- نريد تحضير محلول مائي S_1 للأمونياك تركيزه $C_1 = 5.10^{-2} mol.L^{-1}$ و حجمه $V_1 = 200 mL$ انطلاقا من محلول الأمونياك التجاري S_0 ذي تركيز $C_0 = 10 mol.L^{-1}$. أوجد قيمة الحجم V_0 الذي ينبغي أخذه من المحلول التجاري S_0 لتحضير المحلول S_1 . (0, 5)
- 3-1- أعطى قياس موصلية المحلول S_1 القيمة $\sigma = 24,5 mS.m^{-1}$.
 - 1-3-1- اجرد الأنواع الكيميائية المتواجدة بالمحلول. (0, 5)
 - 2-3-1- عبر عن موصلية المحلول σ بدلالة $[HO^-]_{\acute{e}q}$ و $\lambda(NH_4^+)$ و $\lambda(HO^-)$. (0,25)
 - 3-3-1- احسب قيمة pH المحلول S_1 . (1ن).
 - 4-3-1- عبر عن نسبة التقدم النهائي τ في المحلول S_1 بدلالة σ و $\lambda(NH_4^+)$ و $\lambda(HO^-)$ و C_1 ؛ ثم احسب قيمتها. (1ن)
 - 5-3-1- أعط تعبير ثابتة التوازن $Q_{r,\acute{e}q}$ بدلالة $[NH_3]_{\acute{e}q}$ و $[NH_4^+]_{\acute{e}q}$ و $[HO^-]_{\acute{e}q}$. (0,25)
 - 6-3-1- أوجد تعبير $Q_{r,\acute{e}q}$ في المحلول S_1 بدلالة τ و C_1 ؛ ثم احسب قيمتها. (0,75)

الجزء الثاني: عمود وقود هيدروجيني



الشكل 1

اكتشف العالم William Grove مبدأ اشتغال أعمدة الوقود سنة 1839، إلا أن استخدامها الفعلي لم يتم إلا في عقد الستينات مع برنامج ناسا الفضائي (NASA) بتطوير أعمدة توفر مياه صالحة للشرب و تغذي حواسيب مركبتي الفضاء أبولو و جيميني بالكهرباء اللازمة.

تتكون خلية عمود وقود هيدروجيني من إلكترودين مساميين يفصل بينهما الكتروليت حمضي (في الحالة التي ندرسها)، بحيث ينساب ثنائي الهيدروجين إلى الأنود وينساب ثنائي الأوكسجين (الهواء) إلى الكاتود (انظر الشكل 1):

يهدف هذا الجزء إلى تحديد مدة اشتغال عمود وقود هيدروجيني يغذي محركا كهربائيا لشرع .
نملا عند بداية رحلة الشرع خزاننا حجمه $V=15L$ ، بكمية من غاز ثنائي الهيدروجين كتلتها $m_0=3kg$ ، بحيث ينساب غاز ثنائي الهيدروجين من هذا الخزان إلى أنود عمود وقود هيدروجيني يغذي المحرك الكهربائي للشرع بتيار شدته ثابتة $I=120A$.

المعطيات:

- معادلة التفاعل الحاصل بجوار الأنود: $H_2(g) \rightleftharpoons 2H^+_{(aq)} + 2e^-$
- معادلة التفاعل الحاصل بجوار الكاتود: $O_2(g) + 4H^+_{(aq)} + 4e^- \rightleftharpoons 2H_2O(l)$
- معادلة تفاعل اشتغال العمود: $2H_2(g) + O_2(g) \rightleftharpoons 2H_2O(l)$
- $M(H)=1g.mol^{-1}$; $M(O)=16g.mol^{-1}$
- $1F = 9,65.10^4 C.mol^{-1}$; $N_A = 6,02.10^{23} mol^{-1}$; $e = 1,6.10^{-19}C$
- $R = 8,314 J.K^{-1}.mol^{-1}$

- 1-2- احسب ضغط غاز ثنائي الهيدروجين داخل الخزان عند بداية الرحلة علما أن درجة حرارة الغاز هي $T=300K$.
نعتبر غاز ثنائي الهيدروجين غازا كاملا. (0, 5)
- 2-2- احسب كمية الكهرباء القصوى Q_m التي يمكن أن يمررها العمود إلى محرك الشرع باستخدام محتوى خزان واحد من ثنائي الهيدروجين. (0,75)
- 3-2- احسب مدة الرحلة التي ستوفرها كمية غاز ثنائي الهيدروجين المتواجدة بخزان العمود عند بداية رحلة الشرع. (0, 5)
- 4-2- أنشئ جدول التقدم بالنسبة لتفاعل اشتغال العمود و احسب كتلة الماء الناتج بعد تمام ساعة من اشتغاله. (0,75)

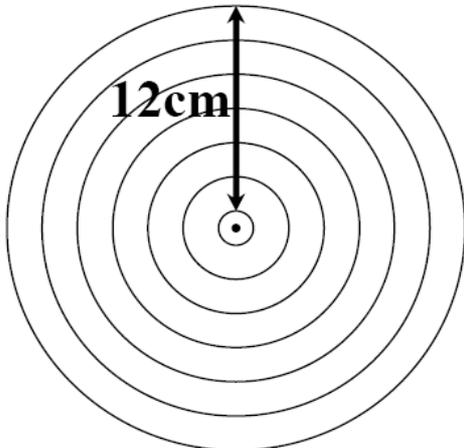
الفيزياء: (13 نقطة)

فيزياء 1: تبدد الموجات الميكانيكية والضوئية

الجزء الأول: تبدد الموجات الميكانيكية

في حوض للموجات يحتوي على سائل سمكه ثابت، نحدث بواسطة مسمار متصل بهزاز كهربائي تردده قابل للضبط، موجة جيبية متوالية. و لتقادي انعكاس الموجة نكسو جوانب الحوض بقطن.

- 1-1- نضبط تردد الهزاز على القيمة $\nu_1 = 30Hz$ ، و نضيء سطح الماء بواسطة وماض.
ماذا سنلاحظ عندما يكون تردد ومضات الوماض على التوالي $32Hz$ و $28Hz$ و $15Hz$ ؟
علل جوابك. (0,75)



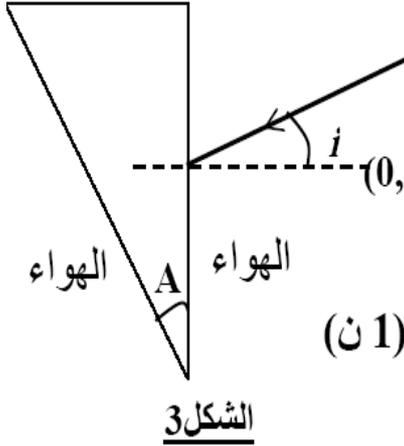
الشكل 2

- 2-1- نضبط تردد الومضات على القيمة $\nu_e = 30Hz$ ، فنشاهد على سطح السائل موجات دائرية متوقفة كما هو مبين في الشكل 2، حيث نجد أن المسافة التي تفصل الدائرتين الأولى و السابعة هي $d_1 = 12cm$.
أوجد قيمة طول الموجة λ_1 ، ثم استنتج سرعة انتشار الموجة ν_1 . (0, 5)
- 3-1- نضبط تردد الهزاز على القيمة $\nu_2 = 75Hz$ و نغير تردد الومضات إلى أن نشاهد توقفا ظاهريا جديدا، ثم نقيس بواسطة مسطرة شعاعي الدائرتين الثانية و الخامسة فنجد على التوالي $R_2=2cm$ و $R_5=5,6cm$.
احسب السرعة ν_2 التي تنشر بها الموجة في هذه الحالة. ماذا تستنتج؟ (0, 5)

الجزء الثاني: تدد الضوء المنبعث من حبابة غاز الهيدروجين:

يتكون الطيف المرئي المنبعث من حبابة (مصباح) تحتوي على غاز الهيدروجين تحت ضغط ضعيف من أربعة إشعاعات ضوئية كما يوضح الجدول أسفله:

| رمز الإشعاع الضوئي | H_{α} | H_{β} | H_{γ} | H_{δ} |
|--|--------------|-------------|--------------|--------------|
| لون الضوء | أحمر | أزرق | نيلي | بنفسجي |
| طول الموجة في الفراغ (λ_0 (nm)) | 657 | 486 | 434 | 410 |



ترد حزمة ضوئية دقيقة منبعثة من حبابة غاز الهيدروجين على وجه مشور
بزواوية ورود $i = 30^\circ$. قيمة زاوية المشور هي $A = 30^\circ$.

1-2- احسب معامل انكسار المشور n_v بالنسبة للضوء البنفسجي المنبعث من حبابة

غاز الهيدروجين باعتبار أن طول موجته داخل المشور هو $\lambda_v = 234,3 \text{ nm}$. (0,5)

2-2- احسب بالنسبة للضوء الأحمر زاوية انكساره r على الوجه الأول للمشور

وزاوية وروده r' على الوجه الثاني و زاوية انبثاقه من المشور i' و زاوية

انحرافه D. نعطي معامل انكسار المشور بالنسبة للإشعاع H_{α} : $n_r = 1,69$ (1 ن)

3-2- أتمم بشكل تقريبي مسار الحزمة الضوئية الدقيقة المنبعثة من حبابة الهيدروجين

و الواردة على وجه المشور بزواوية ورود i محددًا أسماء ألوان الطيف المرئي

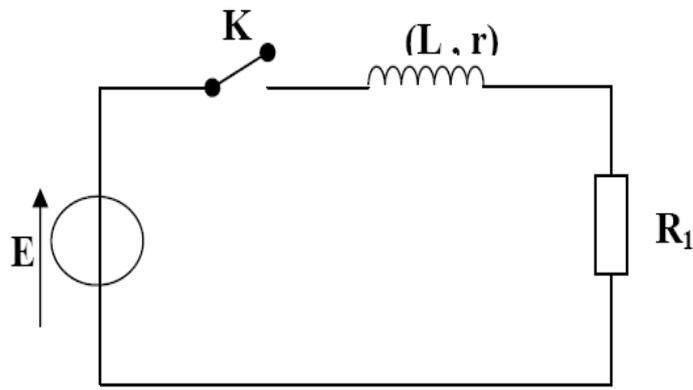
لغاز ثنائي الهيدروجين المنبثق من المشور ، علما أنه كلما كان تردد الموجة

الضوئية أحادية اللون كبيرا كلما كانت زاوية الانحراف D الموافقة له كبيرة. (0,75)

فيزياء 2: الكمبرياء

يهدف هذا التمرين إلى تحديد معامل التحريض الذاتي L لوشيةة و مقاومتها r باعتماد طريقتين تجريبتين مختلفتين.

1- الطريقة الأولى: استجابة ثنائي القطب RL لرتبة صاعدة للتوتر:



نركب الوشيةة في تركيب تجريبي يضم كذلك مولدا

مؤمئلا للتوتر قوته الكهرمحركة $E = 12 \text{ V}$ و موصلا

أوميا مقاومتها $R_1 = 15 \Omega$ و قاطع تيار K (انظر الشكل 4).

نغلق قاطع التيار عند اللحظة $t = 0$.

1-1- أوجد المعادلة التفاضلية التي تحققها شدة التيار $i(t)$

المار في الدارة الكهريائية. (0,5)

2-1- تحقق من أن حل هذه المعادلة التفاضلية يكتب على

شكل $i(t) = \frac{E}{R} + Ae^{-\left(\frac{R}{L}\right)t}$ مع $R = r + R_1$ و

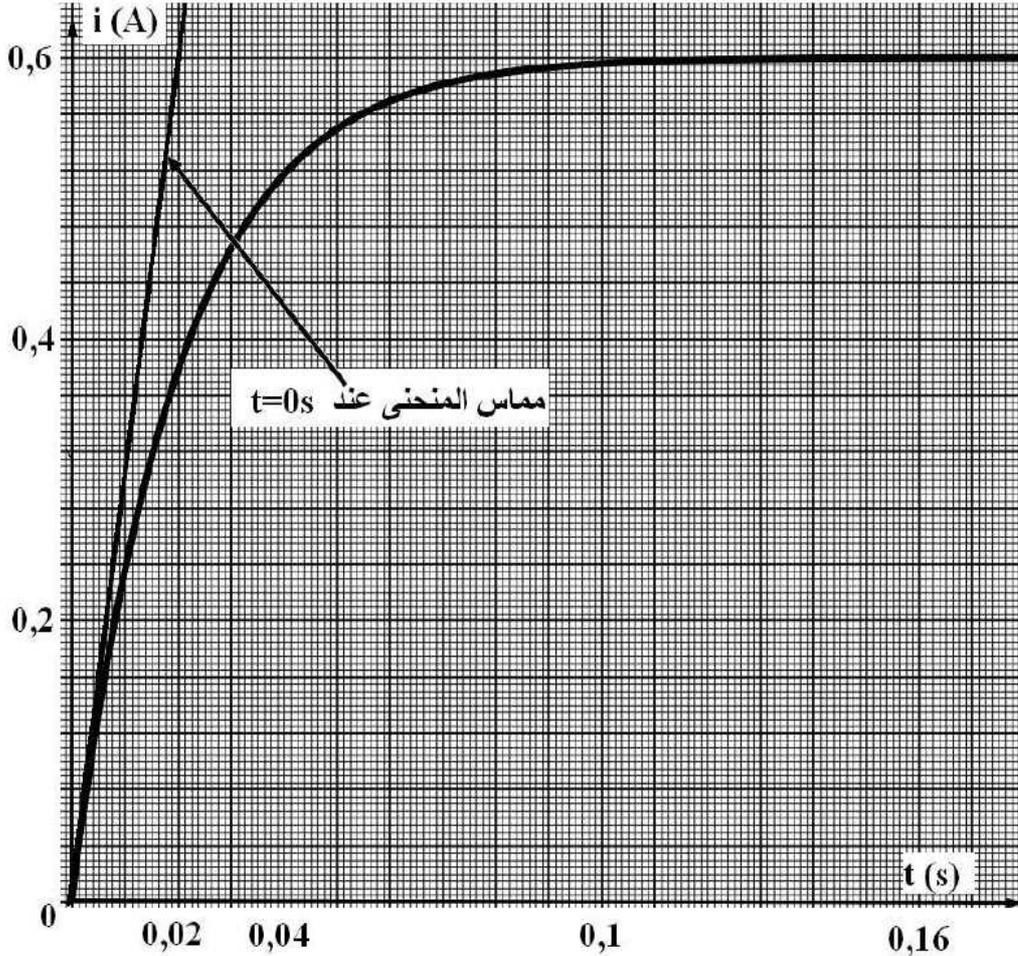
A عدد ثابت. (0,5)

3-1- بين أن $A = -\frac{E}{R}$ (0,25)

4-1- نعاين على شاشة حاسوب تغيرات شدة التيار $i(t)$ بدلالة الزمن t ، فنحصل على المنحنى الممثل في الوثيقة 1:

أ- عين مبيانيا القيمة I_0 لشدة التيار في النظام الدائم، ثم استنتج قيمة مقاومة الوشيةة. (0,5)

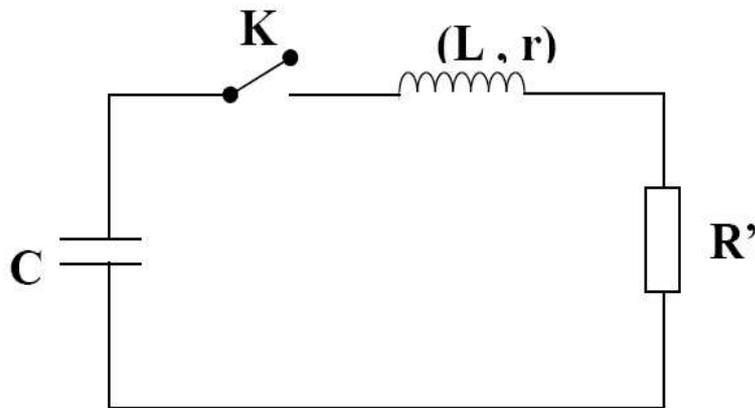
ب- حدد مبيانيا قيمة ثابتة الزمن τ ثم استنتج قيمة معامل التحريض الذاتي L. (0,75)



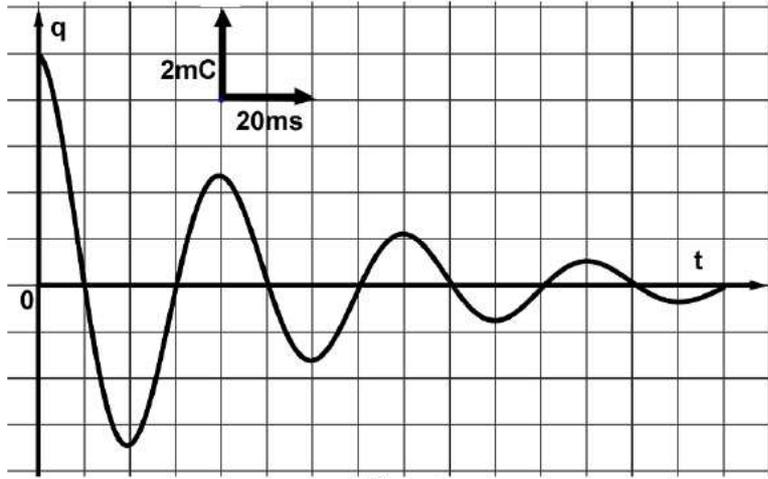
الوثيقة 1

2- الطريقة الثانية: التذبذبات الحرة لدارة RLC.

نركب الوثيقة السابقة في دارة كهربائية تضم موصلاً أومياً مقاومته $R' = 10\Omega$ وقاطعاً للتيار K ومكثفاً ذا سعة $C = 100\mu F$ مشحوناً بشحنة كهربائية بدئية $q_0 = 5 \cdot 10^{-3} C$. (انظر الشكل 5) نغلق قاطع التيار K عند اللحظة $t=0$ و نعاين على شاشة الحاسوب تغيرات شحنة المكثف $q(t)$ بدلالة الزمن t ، حيث نحصل على المنحنى الممثل في الوثيقة 2:



الشكل 5



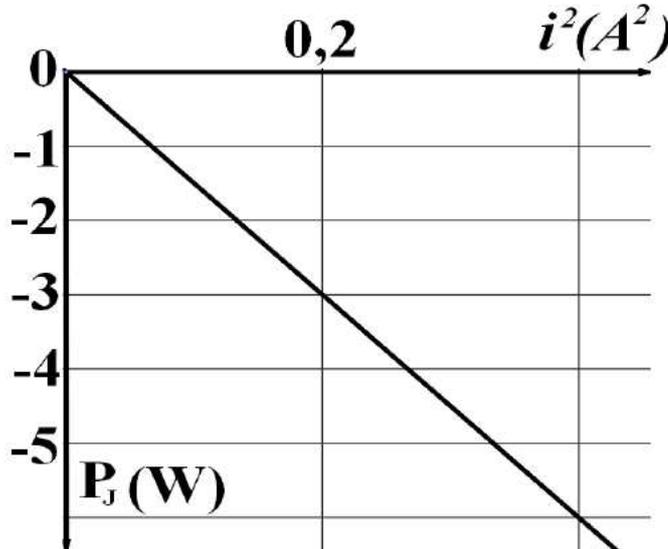
الوثيقة 2

- 1-2- ما نظام التذبذبات الملاحظ؟ (0,25)
2-2- بما تفسر خمود هذه التذبذبات؟ (0,25)
3-2- أوجد المعادلة التفاضلية التي تحققها شحنة المكثف q. (0,5)
4-2- عين مبيانيا شبيه الدور T للتذبذبات، ثم استنتج قيمة معامل التحريض الذاتي للوشيجة باعتبار أن شبيه الدور T يساوي تقريبا الدور الخاص T_0 للدائرة LC. (0, 5)
5-2- نعبر عن القدرة اللحظية P_J المبددة بمفعول جول في الدارة الكهربائية بالعلاقة التالية:

$$P_J = \frac{d\xi_t}{dt}, \text{ بحيث } \xi_t \text{ الطاقة الكلية المخزونة في المكثف و الوشيجة في لحظة } t.$$

أ- بين أن $P_J = -(R+r)i^2$. (0,5)

ب- نمثل بواسطة الحاسوب تغيرات P_J بدلالة i^2 (مربع شدة التيار) فنحصل على المنحنى الممثل في الوثيقة 3:

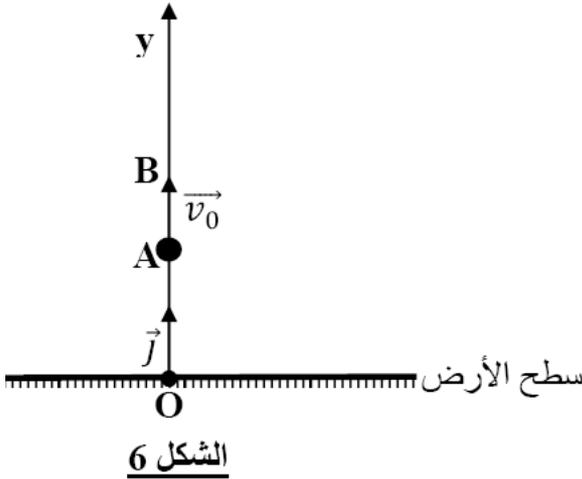


الوثيقة 3

استنتج قيمة مقاومة الوشيجة. (0, 5)

فيزياء 3: الميكانيك

نهدف من هذا التمرين دراسة حركة كرة المضرب (التنس) خلال عملية الإرسال، بحيث نهمل في هذه الدراسة تأثير الهواء و نمذج الكرة بنقطة مادية و نأخذ شدة مجال الثقالة $g=9,8m.s^{-2}$.



الشكل 6

1- المرحلة الأولى: قذف الكرة باليد نحو الأعلى:

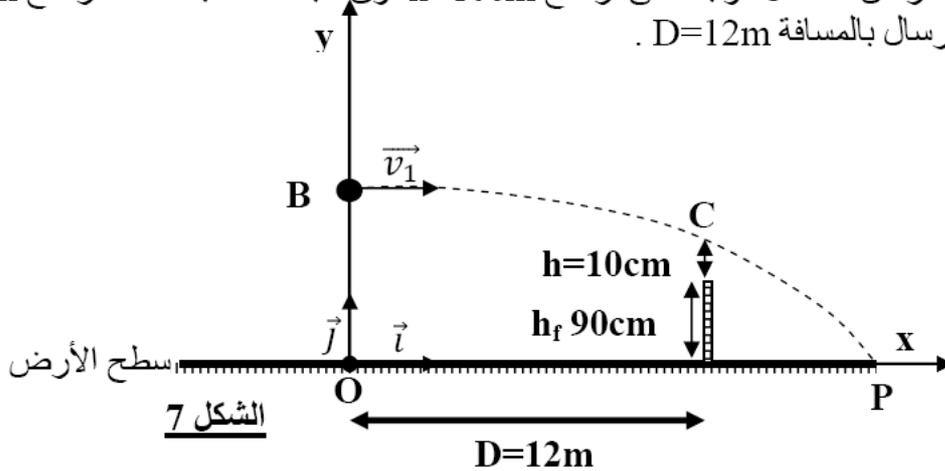
قام لاعب تنس عند بداية الإرسال بقذف الكرة بيده نحو الأعلى من نقطة A توجد على ارتفاع $h_A = 1,20m$ من سطح الأرض بسرعة بدئية متجهتها \vec{v}_0 رأسية، فتتحرك الكرة نحو الأعلى لتتعدم سرعتها عند نقطة B تبعد عن A بالمسافة $d=AB=80cm$.

1-1- باختيار معلم الفضاء (O, \vec{j}) المرتبط بالأرض والموجه نحو الأعلى و الذي يوجد أصله O في مستوى سطح الأرض، وباعتبار لحظة انطلاق الكرة من النقطة A أصلا للتواريخ أوجد التعابير الحرفية للمعادلات الزمنية لحركة الكرة بدلالة g و v_0 و h_A . (انظر الشكل 6). $(0,75)$

1-2- استنتج تعبير السرعة البدئية v_0 بدلالة g و d ثم احسبها. $(0,75)$

2- المرحلة الثانية: إرسال الكرة بواسطة المضرب:

قام اللاعب عند وصول الكرة إلى النقطة B بضربها بواسطة المضرب لتتطلق بسرعة أفقية \vec{v}_1 وهو يهدف من هذا الإرسال جعل الكرة تمر من نقطة C توجد على ارتفاع $h=10cm$ فوق شبكة الملعب ذات الارتفاع $h_f=90cm$ و التي تبعد عن مكان الإرسال بالمسافة $D=12m$. (انظر الشكل 7).



الشكل 7

1-2- بدراسة حركة الكرة في المعلم (O, \vec{i}, \vec{j}) و باعتبار أصل التواريخ الجديد لحظة انطلاق الكرة من النقطة B أوجد تعبير معادلة مسار الكرة بدلالة v_1 و g و h_A و h و d . $(0,75)$

2-2- أوجد تعبير السرعة v_1 بدلالة g و D و h_f و h و h_A و d ليحقق اللاعب هدفه، ثم احسب قيمتها. $(0,5)$

3-2- أوجد في هذه الحالة قيمة الأفصول x_P للنقطة P التي تصطدم فيها الكرة بسطح الأرض. $(0,5)$

4-2- أوجد تأطير قيمة السرعة الأفقية v_1 لكي تتمكن الكرة من المرور من أي نقطة فوق الشبكة و تسقط على سطح الأرض في نقطة M لا يتجاوز أفصولها القيمة $x_{max} = 18,4m$ من الحيز الخاص باللاعب المقابل. $(0,75)$

التصحيح

الجزء الأول: تحديد pH محلول أمونياك و ثابتة التوازن باعتماد تقنية قياس المواصلة.

$$-1-1 \quad NH_4^+/NH_3 \text{ و } H_2O/HO^-$$

$$-2-1 \quad C_0V_0 = C_1V_1 \Rightarrow V_0 = \frac{C_1V_1}{C_0} \quad \text{لدينا:}$$

$$V_0 = \frac{5.10^{-2} \cdot 0,2}{10} = 10^{-3}L = 1mL \quad \text{ت ع:}$$

-3-1

$$-1-3-1 \quad .NH_3 ; NH_4^+ ; HO^- ; H_3O^+ ; H_2O$$

-2-3-1 لدينا بإهمال تركيز ايون الأوكسونيوم:

$$\sigma = \lambda(NH_4^+) \cdot [NH_4^+]_{\acute{e}q} + \lambda(HO^-) \cdot [HO^-]_{\acute{e}q} \quad \checkmark$$

$$[NH_4^+]_{\acute{e}q} = [HO^-]_{\acute{e}q} \quad \checkmark$$

$$\sigma = (\lambda(NH_4^+) + \lambda(HO^-)) \cdot [HO^-]_{\acute{e}q} \quad \text{إذن:}$$

-3-3-1

$$\sigma = (\lambda(NH_4^+) + \lambda(HO^-)) \cdot [HO^-]_{\acute{e}q} \Rightarrow [HO^-]_{\acute{e}q} = \frac{\sigma}{(\lambda(NH_4^+) + \lambda(HO^-))} \quad (mol.m^{-3})$$

$$\text{إذن: } [HO^-]_{\acute{e}q} = \frac{10^{-3} \cdot \sigma}{(\lambda(NH_4^+) + \lambda(HO^-))} \quad (mol.L^{-1})$$

$$\text{و بما أن: } [H_3O^+]_{\acute{e}q} = \frac{Ke}{[HO^-]_{\acute{e}q}}$$

$$\text{إذن: } [H_3O^+]_{\acute{e}q} = \frac{10^3 \cdot Ke \cdot ((\lambda(NH_4^+) + \lambda(HO^-)))}{\sigma} \quad (mol.L^{-1})$$

$$\text{و بالتالي نجد أن: } pH = pKe - 3 + \log\left(\frac{\sigma}{(\lambda(NH_4^+) + \lambda(HO^-))}\right) = 11 + \log\left(\frac{\sigma}{(\lambda(NH_4^+) + \lambda(HO^-))}\right)$$

$$\text{ت ع: } pH = 10,95 \approx 11$$

$$-4-3-1 \quad \tau = \frac{x_f}{x_{max}} = \frac{[HO^-]_{\acute{e}q} \cdot V_1}{C_1 V_1} = \frac{[HO^-]_{\acute{e}q}}{C_1} = \frac{\sigma}{C_1(\lambda(NH_4^+) + \lambda(HO^-))} \quad \text{لدينا:}$$

مع $C_1 (mol.m^{-3})$

$$\text{ت ع: } \tau = \frac{2,42 \cdot 10^{-2}}{50 \cdot (27,24 \cdot 10^{-3})} = 1,78 \cdot 10^{-2}$$

$$-5-3-1 \quad Q_{r,\acute{e}q} = \frac{[HO^-]_{\acute{e}q} \cdot [NH_4^+]_{\acute{e}q}}{[NH_3]_{\acute{e}q}} \quad \text{لدينا:}$$

$$-6-3-1 \quad [NH_3]_{\acute{e}q} = C_1 - [NH_4^+]_{\acute{e}q} = C_1(1 - \tau) \text{ و } [HO^-]_{\acute{e}q} = [NH_4^+]_{\acute{e}q} = C_1\tau$$

بالتعويض نحصل على: $Q_{r, \text{éq}} = \frac{C_1 \tau^2}{1 - \tau}$

ت ع: $Q_{r, \text{éq}} = \frac{5.10^{-2}(0,0178)^2}{0,9822} = 1,6.10^{-5}$

الجزء الثاني: عمود وقود هيدروجيني

1-2- لدينا: $PV = nRT \Rightarrow P = \frac{nRT}{V} = \frac{m_0 RT}{M(H_2).V}$

ت ع: $P = \frac{3000 \cdot 8,314 \cdot 300}{2 \cdot 15.10^{-3}} \approx 2,5.10^8 \text{ Pa}$

2-2- لدينا: $Q_m = N_m(e^-) \cdot e = n_m(e^-) \cdot N_A \cdot e = n_m(e^-) \cdot F$

و حسب معادلة التفاعل الحاصل بجوار الأنود نجد أن: $n_m(e^-) = 2 * n_0(H_2) = 2 * \frac{m_0(H_2)}{M(H_2)}$

إذن: $Q_m = \frac{2 * m_0(H_2) \cdot F}{M(H_2)}$

ت ع: $Q_m = \frac{2 * 3000 * 9,65.10^4}{2} \approx 2,9.10^8 \text{ C}$

3-2- لدينا: $Q_m = I \cdot \Delta t \Rightarrow \Delta t = \frac{Q_m}{I}$

ت ع: $\Delta t = \frac{2,9.10^8}{120} = 2,42.10^6 \text{ s} \approx 28 \text{ jours}$

-4-2

| 2H ₂ (g) + O ₂ (g) ⇌ 2H ₂ O(l) | | | | معادلة التفاعل | |
|---|-------|--|-------------------|------------------|-----------------|
| كمية المادة (mol) | | | | التقدم x(mol) | الحالة |
| n ₀ | بوفرة | | 0 | 0 | الحالة البدئية |
| n ₀ -2x | بوفرة | | 2x | x | خلال التحول |
| n ₀ -2x _{max} | بوفرة | | 2x _{max} | x _{max} | الحالة النهائية |

نرمز لكمية مادة الهيدروجين المتفاعلة بعد تمام $\Delta t' = 1h$ بالرمز $n_r(H_2)$ و كمية مادة الإلكترونات التي مررها العمود خلال هذه المدة بالرمز $n(e^-)$ و كمية مادة الماء الناتج بالرمز $n(H_2O)$

لدينا حسب معادلة التفاعل الحاصل بجوار الأنود $n(e^-) = 2 * n_r(H_2)$

إذن: $n(H_2O) = 2x = n_r(H_2) = \frac{n(e^-)}{2} = \frac{Q}{2F} = \frac{I \cdot \Delta t'}{2F}$

و من تم نجد: $m(H_2O) = n(H_2O) \cdot M(H_2O) = \frac{I \cdot M(H_2O) \cdot \Delta t'}{2F}$

ت ع: $m(H_2O) = \frac{120 \cdot 18 \cdot 3600}{2 \cdot 9,65.10^4} = 40,3 \text{ g}$

تمرين 1: تبدد الموجات الميكانيكية و الضوئية
الجزء الأول: تبدد الموجات الميكانيكية

-1-1

- الحالة الأولى: $v_e = 32\text{Hz}$ ، بما أن v_e أكبر بقليل من تردد الهزاز v ، فإننا سنلاحظ حركة ظاهرية بطيئة في المنحى المعاكس لمنحى انتشار الموجة.

- الحالة الثانية: $v_e = 28\text{Hz}$ ، بما أن v_e أصغر بقليل من تردد الهزاز v ، فإننا سنلاحظ حركة ظاهرية بطيئة في منحى انتشار الموجة.

- الحالة الثالثة: $v_e = 15\text{Hz}$ ، بما أن $v_e = \frac{v}{2}$ فإننا سنلاحظ توقفا ظاهريا.

-2-1- لدينا: $6\lambda_1 = 12\text{cm}$.

إذن: $\lambda_1 = 2\text{cm}$

تحديد سرعة الانتشار: لدينا: $v_1 = \lambda_1 \cdot v_1$

ت ع: $v_1 = 2 \cdot 10^{-2} * 30 = 0,6\text{m} \cdot \text{s}^{-1}$

-3-1- لنحدد أول طول الموجة λ_2 :

لدينا: $3\lambda_2 = R_5 - R_2 = 3,6\text{cm} \Rightarrow \lambda_2 = 1,2\text{cm}$

إذن: $v_2 = \lambda_2 \cdot v_2 = 1,2 \cdot 10^{-2} * 75 = 0,90\text{m} \cdot \text{s}^{-1}$

الاستنتاج: بما أن $v_2 \neq v_1$ إذن السائل وسط مبدد للموجات.

الجزء الثاني: تبدد الضوء المنبعث من حباة غاز الهيدروجين:

-1-2- لدينا: $n_v = \frac{c}{v_v} = \frac{\lambda_{0v}}{\lambda_v}$

ت ع: $n_v = \frac{\lambda_{0v}}{\lambda_v} = \frac{410}{234,3} = 1,75$

-2-2

لدينا: $\sin i = n_R \sin r \Rightarrow \sin r = \frac{\sin i}{n_R} = \frac{0,5}{1,69} = 0,2959$

إذن: $r = 17,2^\circ$

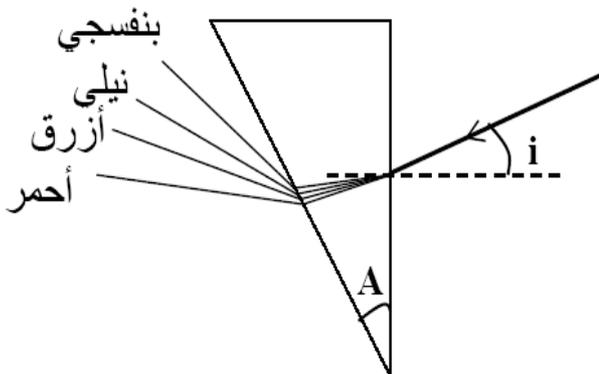
لدينا: $r' = A - r = 30 - 17,2 = 12,8^\circ$

لدينا: $\sin i' = n_R \sin r' = 1,69 * 0,2215 = 0,3743$

إذن: $i' = 22^\circ$

لدينا: $D = i + i' - A = 30 + 22 - 30 = 22^\circ$

-3-2- انظر الشكل جانبه.



تمرين 2: الكهرباء

1- الطريقة الأولى: استجابة ثنائي القطب RL لرتبة صاعدة للتوتر:

$$E = u_L + u_{R1} = ri + L \frac{di}{dt} + R_1 i = (r + R_1)i + L \frac{di}{dt} \quad \text{1-1- لدينا:}$$

$$i + \frac{L}{(r+R_1)} \cdot \frac{di}{dt} = \frac{E}{(r+R_1)} \quad \text{و بالتالي:}$$

نضع $r + R_1 = R$ و بالتعويض نحصل على المعادلة التفاضلية التالية:

$$i + \frac{L}{R} \cdot \frac{di}{dt} = \frac{E}{R}$$

$$i(t) = \frac{E}{R} + Ae^{-\left(\frac{R}{L}\right)t} \Rightarrow \frac{di}{dt} = -\frac{R.A}{L} e^{-\left(\frac{R}{L}\right)t} \Rightarrow \frac{L}{R} \cdot \frac{di}{dt} = -Ae^{-\left(\frac{R}{L}\right)t} \quad \text{2-1}$$

$$i + \frac{L}{R} \cdot \frac{di}{dt} = \left(\frac{E}{R} + Ae^{-\left(\frac{R}{L}\right)t}\right) + \left(-Ae^{-\left(\frac{R}{L}\right)t}\right) = \frac{E}{R} \quad \text{و منه:}$$

إذن فإن $i(t) = \frac{E}{R} + Ae^{-\left(\frac{R}{L}\right)t}$ حل للمعادلة التفاضلية التي تحققها شدة التيار.

$$i(t=0) = 0 = \frac{E}{R} + A \Rightarrow A = -\frac{E}{R} \quad \text{3-1 لدينا عند اللحظة } t=0s$$

$$i(t) = \frac{E}{R} \left(1 - e^{-\left(\frac{R}{L}\right)t}\right) \quad \text{و هكذا يصبح تعبير } i(t) \text{ كالتالي:}$$

4-1

أ- تكون شدة التيار في النظام الدائم ثابتة بحيث نجد في المنحنى أن $I_0 = 0,6A$.

$$I_0 = \frac{E}{r+R_1} \Rightarrow r = \frac{E}{I_0} - R_1 \quad \text{لدينا:}$$

$$r = \frac{12}{0,6} - 15 = 5\Omega \quad \text{ت ع:}$$

ب- من خلال المبيان نجد أن مماس المنحنى $i(t)$ يتقاطع مع المقارب الأفقي $i=I_0$ عند اللحظة $\tau=0,02s$

$$\tau = \frac{L}{R} \Rightarrow L = R \cdot \tau = (r + R_1) \cdot \tau \quad \text{لدينا:}$$

$$L = 20 * 0,02 = 0,4H \quad \text{ت ع:}$$

2- الطريقة الثانية: التذبذبات الحرة لدارة RLC.

1-2- نظام شبه دوري (تذبذبات شبه دورية).

2-2- الخمود ناتج عن تبدد الطاقة نتيجة مفعول جول بتواجد مقاومة بالدارة الكهربائية.

$$u_c + u_L + u_{R'} = 0 \Rightarrow \frac{q}{C} + \left(ri + L \frac{di}{dt}\right) + R'i = 0 \Rightarrow \frac{q}{C} + (r + R')i + L \frac{di}{dt} = 0 \quad \text{3-2 لدينا:}$$

و بما أن $i = \frac{dq}{dt}$ فإن $\frac{di}{dt} = \frac{d^2q}{dt^2}$ و هكذا تصبح المعادلة التفاضلية أعلاه كالتالي:

$$\frac{q}{C} + (r + R') \frac{dq}{dt} + L \frac{d^2q}{dt^2} = 0$$

4-2- لدينا حسب المنحنى $T=40\text{ms}$ و باعتبار أن $T_0=T$ إذن يمكننا كتابة:

$$T = 2\pi\sqrt{LC} \Rightarrow T^2 = 4\pi^2 LC \Rightarrow L = \frac{T^2}{4\pi^2 C}$$

$$L = \frac{16 \cdot 10^{-4}}{4\pi^2 \cdot 10^{-4}} \approx 0,4H$$

ت ع:

5-2- لدينا:

$$\xi_t = \xi_e + \xi_m = \frac{1}{2} \cdot \frac{q^2}{C} + \frac{1}{2} Li^2 \quad \text{أ-}$$

$$\frac{d\xi_t}{dt} = \frac{1}{2C} \cdot \frac{d(q^2)}{dt} + \frac{1}{2} L \cdot \frac{d(i^2)}{dt} = \frac{q}{C} \cdot \frac{dq}{dt} + Li \cdot \frac{di}{dt} = \frac{q}{C} \cdot \frac{dq}{dt} + L \cdot \frac{dq}{dt} \cdot \frac{d^2q}{dt^2}$$

$$\frac{d\xi_t}{dt} = \frac{dq}{dt} \left(\frac{q}{C} + L \cdot \frac{d^2q}{dt^2} \right) = i \left(\frac{q}{C} + L \cdot \frac{d^2q}{dt^2} \right) \quad \text{و منه:}$$

$$\frac{q}{C} + L \cdot \frac{d^2q}{dt^2} = -(r + R') \frac{dq}{dt} = -(r + R')i$$

$$\frac{d\xi_t}{dt} = i \left(\frac{q}{C} + L \cdot \frac{d^2q}{dt^2} \right) = -(r + R')i^2$$

ب- نعتبر a هو المعامل الموجه للمنحنى

نختار نقطتين من المنحنى: على سبيل المثال النقطتين: $(0; 0)$ و $(0,2; -3)$

$$-a = -\frac{\Delta P_J}{\Delta i^2} = -\frac{-3-0}{0,2-0} = 15\Omega$$

$$P_J = -(R+r)i^2 \quad \text{لدينا حسب العلاقة}$$

$$r = 15 - R' = 5\Omega \quad \text{ومنه نجد } R' + r = -a = 15$$

تمرين 3: الميكانيك

1- المرحلة الأولى: قذف الكرة باليد نحو الأعلى:

-1-1

- المجموعة المدروسة: الكرة.

- جرد القوى: الوزن \vec{P}

- قانون نيوتن الثاني: $\sum \vec{F}_{ext} = m\vec{a}$

- الإسقاط على المحور (Oy):

$$-mg = ma_y$$

$$a_y = -g \quad \text{إذن:}$$

$$\vec{v}_0 = v_0 \vec{j} \quad \text{لأن } v_y = a_y \cdot t + v_{0y} = -gt + v_0$$

$$y = \frac{1}{2} a_y t^2 + v_{0y} t + y_0 = -\frac{1}{2} g t^2 + v_0 t + h_A \quad \text{و منه:}$$

$$\begin{cases} y = -\frac{1}{2}gt^2 + v_0t + h_A \\ v_y = -gt + v_0 \\ a_y = -g \end{cases} \quad \text{إن:}$$

2-1- نعتبر أن الكرة وصلت إلى النقطة B عند لحظة t_B :
لدينا: $y(B) = h_A + d$ و $v_y(B) = 0$
إن: $v_y(B) = 0 \Rightarrow -gt_B + v_0 = 0 \Rightarrow t_B = \frac{v_0}{g}$

$$y(B) = h_A + d = -\frac{1}{2}gt_B^2 + v_0t_B + h_A = -\frac{1}{2}g\left(\frac{v_0}{g}\right)^2 + v_0\left(\frac{v_0}{g}\right) + h_A \quad \text{ومن:}$$

$$d = \frac{1}{2}\frac{v_0^2}{g} \Rightarrow v_0^2 = 2g \cdot d \Rightarrow v_0 = \sqrt{2gd} \quad \text{إن:}$$

$$v_0 = \sqrt{2gd} = \sqrt{2 * 9,8 * 0,8} = 3,96 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1} \quad \text{ت ع:}$$

2- المرحلة الثانية: إرسال الكرة بواسطة المضرب:

-1-2

- المجموعة المدروسة: الكرة.

- جرد القوى: الوزن \vec{P}

- قانون نيوتن الثاني: $\sum \vec{F}_{ext} = m\vec{a}$

- الإسقاط على المحورين (Ox) و (Oy):

$$\begin{cases} x_B = 0 \\ y_B = d + h_A \end{cases} \quad \text{و} \quad \begin{cases} v_{1x} = v_1 \\ v_{1y} = 0 \end{cases} \quad \text{و بما أن} \quad \begin{cases} -mg = ma_y \\ 0 = a_x \end{cases}$$

$$\begin{cases} x = v_1t + x_B = v_1t \\ y = -\frac{1}{2}gt^2 + y_B = -\frac{1}{2}gt^2 + d + y_A \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} v_x = v_{1x} = v_1 \\ v_y = -gt + v_{1y} = -gt \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a_x = 0 \\ a_y = -g \end{cases} \quad \text{إن:}$$

نضع $t = \frac{x}{v_1}$ و نعوض في المعادلة الزمنية للأرتوب y:

$$y = -\frac{1}{2}g\left(\frac{x}{v_1}\right)^2 + d + y_A \quad \text{نجد:}$$

2-2- ليحقق اللاعب هدفه ينبغي تحقيق ما يلي:

$$\begin{cases} x_C = D = 12 \text{ m} \\ y_C = h + h_f = 1 \text{ m} \end{cases}$$

$$h + h_f = -\frac{1}{2}g\left(\frac{D}{v_1}\right)^2 + d + y_A \quad \text{و منه نكتب:}$$

و بالتالي:
$$v_1 = \sqrt{\frac{g}{2(d+y_A-h-h_f)}} \cdot D$$

ت ع:
$$v_1 = \sqrt{\frac{9,8}{2}} * 12 = 26,56 m.s^{-1}$$

-3-2 لدينا:
$$0 = -\frac{1}{2}g \left(\frac{x_P}{v_1}\right)^2 + d + y_A \Leftrightarrow \begin{cases} x_P \\ y_P = 0 \end{cases}$$

إذن:
$$x_P = \sqrt{\frac{2(d+y_A)}{g}} v_1$$

ت ع:
$$x_P = \sqrt{\frac{4}{9,8}} * 26,56 = 16,97 m$$

-4-2

الشرط الأول: أن تمر الكرة فوق الشبكة:

نعتبر أن الكرة تمر من نقطة C' فوق الشبكة:

إذن ينبغي أن يتحقق لدينا:
$$y_{C'} > h_f \Rightarrow y_{C'} > 0,9 m$$

إذن:
$$\frac{2(d+y_A-h_f)}{g.D^2} > \left(\frac{1}{v_1}\right)^2 \Leftrightarrow \frac{2(d+y_A-h_f)}{g} > \left(\frac{D}{v_1}\right)^2 \Leftrightarrow -\frac{1}{2}g \left(\frac{D}{v_1}\right)^2 + d + y_A > h_f$$

و بالتالي نجد أن:
$$\sqrt{\frac{g}{2(d+y_A-h_f)}} \cdot D > v_1$$

الشرط الثاني: $x_M \leq x_{max}$

إذن:
$$v_1 \leq x_{max} \cdot \sqrt{\frac{g}{2(d+y_A)}} \Leftrightarrow x_M = \sqrt{\frac{2(d+y_A)}{g}} v_1 \leq x_{max}$$

بتجميع الشرطين نحصل على التأطير التالي:
$$\sqrt{\frac{g}{2(d+y_A-h_f)}} \cdot D > v_1 \leq \sqrt{\frac{g}{2(d+y_A)}} \cdot x_{max}$$

ت ع:
$$25,33 > v_1 \leq 28,80 \quad (m/s)$$