واجب منزلي رقم 1
الأولى باك ع ر

التمرين رقم 1

1- بين المتفاوتتان التاليتين: ① $(\forall (x,y)\in \mathbb{R}_+^*)\left(\sqrt{xy}\le \frac{x+y}{2}\right)$ ② $(\forall (x,y)\in \mathbb{R}_+^*)\left(\frac{1}{\sqrt{xy}}\le \frac{1}{x}+\frac{1}{y}\right)$

2- نعتبر x و y عددين حقيقين بحيث $x+y=1$ و n عدد طبيعي

أ- بين أن $(xy)^n\le \frac{1}{4^n}$

ب- $2\times 2^n\le \frac{1}{x^n}+\frac{1}{y^n}$

3- استنتج أنه : $(\forall n\in \mathbb{N})(\forall (x,y)\in \mathbb{R}_+^*)\left(x+y=1\ \Rightarrow \left(1+\frac{1}{x^n}\right)\left(1+\frac{1}{y^n}\right)\ge (1+2^n)^2\right)$

التمرين رقم 2

كي نبين أن العدد (10^n+1) قابل للقسمة على 9 لكل n في $\mathbb{N}$ ، نفترض أن (10^n+1) قابلا للقسمة على 9 ولدينا:

$$10^{n+1}+1=10\times 10^n+1=(9+1)\times 10^n+1=9\ \times 10+(10^n+1)$$

وبما أننا افترضنا أن العدد (10^n+1) قابل للقسمة على 9 فإن $(10^{n+1}+1)$ قابل للقسمة على 9 إذن لكل n في $\mathbb{N}$ ،العدد (10^n+1) قابل للقسمة على 9؟ ما هو تقييمك لهذا البرهان؟

التمرين رقم 3

① نعتبر α حلا للمعادلة: $x+\frac{1}{x}=3$ (ليس مطلوب تحديد العدد α)

1- بين انه لكل n من $\mathbb{N}^*$ لدينا $\alpha^{n+1}+\frac{1}{\alpha^{n+1}}=3\left(\alpha^n+\frac{1}{\alpha^n}\right)-\left(\alpha^{n-1}+\frac{1}{\alpha^{n-1}}\right)$

2- استنتج انه لكل n من $\mathbb{N}^*$ لدينا العدد $\left(\alpha^n+\frac{1}{\alpha^n}\right)$ ينتمي إلى $\mathbb{N}$

② بين انه لكل n من $\mathbb{N}^*$ لدينا العدد $1+2\times 3^{n-1}+5^n$ يقبل القسمة على 8

يرجع يوم 11 أكتوبر 2014